



Prinsipper for ambisiøs matematikkundervisning

NOVEMBER 2017

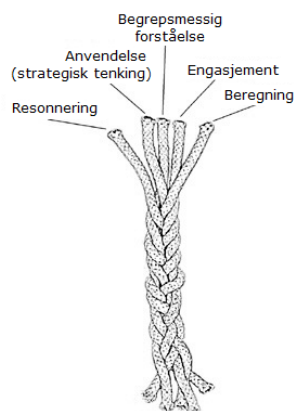


Svein H. Torkildsen
NTNU

Innholdsfortegnelse

AMBISIØS MATEMATIKKUNDERVISNING	3
1. <i>Elever er opptatt av å skape mening.</i>	3
2. <i>Undervisning innebærer at man lærer av sine elever.</i>	4
3. <i>Alle elever bør få like mulighet til å lære viktige matematiske ideer og tenkemåter samtidig som det tas hensyn til forskjeller mellom elevene.</i>	5
4. <i>Ambisiøs undervisning tar utgangspunkt i tydelige undervisningsmål.</i>	5
5. <i>Lærere må ta hensyn til skolens miljø, rammer og organisering. Samtidig må de reflektere over og stille spørsmål ved hvorfor skolene fungerer som de gjør og hvordan skolene kan forbedre seg som institusjoner i et demokrati.</i>	6
REFERANSER	7

Ambisiøs matematikkundervisning



Målet med matematikkundervisningen i skolen er at elevene skal utvikle en bred matematisk kompetanse som er karakterisert ved begrepsmessig forståelse, fleksibilitet i beregninger, resonnering, anvendelse og engasjement (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Dette målet er både kognitivt og sosialt utfordrende og fører til en mer krevende form for undervisning for alle elever på alle nivå. Denne ambisiøse matematikkundervisningen bygger på fem grunnleggende prinsipper (Kazemi, Cunard, Crowe, 2012).

1. Elever er opptatt av å skape mening

Små barn er naturlig nysgjerrige og har et ønske om å finne ut av ting og sette dem inn i en sammenheng (Carpenter & al, 1999). Barn blir tidlig opptatt av mengder og geometriske former, de sorterer og klassifiserer. Erfaringene brukes til å løse praktiske problem som å finne størrelsen på mengder og fordele mengder likt. Ambisiøse lærere har tro på at alle elever kan lære matematikk og er i stand til å engasjere seg i krevende utfordringer. Dette prinsippet er basert på at man ser på elevene som nysgjerrige og tenkende individer og at alle kan lære matematikk. Fra elevene er ganske små lurer de på mange ting, stiller spørsmål og reflekterer over det de erfarer. Dette gjelder også forhold knyttet til matematiske problemstillinger. Det viser følgende eksempel fra 6. trinn¹.

Klassen til Thomas hadde arbeidet med problemet «Skredder og skjerf». Elevene undersøkte hvor mange skjerf det ville bli av seks meter stoff med skjerf av ulik lengde. Under oppsummeringen har Thomas lagt vekt på å løfte fram elevenes oppdagelse: Hvis lengden til skjerfene halveres, dobles antallet. Thomas spør så om det er noen som har noe de vil tilføye, og det leder til følgende samtale:

Jakob En meter ... som tråd ... og så skulle alt være null og hver av dem skal være null. Da går det ikke.

Thomas At hvis du tenker at vi minsker og minsker skjerfet helt til det blir null.

Jakob Ja, da går det ikke noe mer. Da, da blir jo null, det er jo null, det er jo ingenting.

Thomas Syntaks error på kalkulatoren, ja.

Erik Jeg tenker, jeg tok litt, eller vi tok litt sånn det prinsipp med en lengde, en lengde er en lengde, liksom uansett hvor langt, det har ikke noe å si hvor stort tallet er eller noe, hva slags tall det er, for uansett det kan halveres. Det er bare hvis du er på en meter da, så

¹ Eksemplet er hentet fra transkripsjonen til filmen «Skredder og skjerf»:
<http://matematikkenteret.no/grunnskole/kompetanseutvikling/mam/>

halverer du det, det du kan halvere i evig tid fordi det er umulig å få helt null, det må, kan uansett halveres til et utrolig lite desimaltall, men kan halveres i evig tid.

Vi ser her at elevene på eget initiativ utvider oppgaven de har fått å arbeide med. Jakob tenker på hvordan det blir hvis man deler opp stoffet helt til lengden blir null. Erik reflekterer over innspillet til Jakob og kommer til en annen konklusjon: Uansett hvor liten størrelse man har kan den deles i to og kan derfor aldri bli null. Resonnementet til Erik er nær knyttet til omvendt proporsjonalitet og grenseverdier som vil bli tema seinere i utdanningsløpet.

2. Undervisning innebærer at man lærer av sine elever

Ambisiøse lærere har den pedagogiske kunnskapen som er nødvendig for å bygge undervisningen på elevenes forkunnskaper. Dette prinsippet innebærer at man er opptatt av å skaffe seg kunnskap om egne elevers måte å tenke på. Det kan for eksempel være hvilke regnestrategier elevene bruker og hvordan utviklingen går fra bruk av primitive til mer sofistikerte strategier. I klasserommet er ambisiøse lærere opptatt av å få fram og lytte til elevenes resonnement. Resonnementene gir læreren et godt bilde av hvor langt elevene er kommet i sin utvikling, og det er et godt utgangspunkt for videre planlegging².

Lærer Morten arbeider med en oppgavestreg på 7. trinn. Elevene får først divisjonen $249 : 7 = 35571$ og blir bedt om å vurdere hvor kommaet skal stå. Elevene argumenterer for at kommaet må stå mellom de to femmerne, for svaret kan ikke bli 3 eller 355. Neste oppgave i strengen er $2490 : 70 = 35571$.

Nå kommer det to forslag: Samme som i sted, og mellom 5 og 7.


$$2490:70=355,71$$

Morten skriver på tavla og sier: «Jaha. Vi tar en annen farge på den da, for vi har jo to forslag. Det kan ikke være to desimalkomma i et tall hvert fall. Her har vi to forslag. Er det noen som har lyst til å argumentere for det ene? Eller for det andre? Hva tenker du Marius?»

Samtalen som følger viser at mange av elevene er usikre, og selv om de blir enige om riktig svar, er det tydelig at de ikke har en gyldig begrunnelse for at begge divisjonene har samme kvotient.

Den innsikten Morten her får om elevenes måte å resonnerer på, indikerer at de bør gå dypere inn i egenskapene ved divisjon. Denne innsikten kan danne grunnlag for et opplegg knyttet til den matematiske ideen som ligger til grunn for at man kan multiplisere både dividend og divisor med samme faktor når man for eksempel skal utføre en divisjon der divisor er et desimaltall. Her får læreren samtidig anledning til å koble divisjon til brøkbegrepet, likeverdige brøker, forkorting og utvidelse av brøker.

² Eksemplet er hentet fra transkripsjonen til filmen «Telle i kor med 0,3 fra 0,3»: <http://matematikkenteret.no/grunnskole/kompetanseutvikling/mam/>

3. Alle elever bør få like mulighet til å lære viktige matematiske ideer og tenkemåter samtidig som det tas hensyn til forskjeller mellom elevene.

Ambisiøs undervisning tar sikte på å inkludere alle elevene i den ordinære undervisningen. I en klasse der alle elevene er født samme år er det naturlig at elevene presterer på ulike nivå. Denne kategoriseringen i nivå er gjerne basert på en vurdering av hvor mange rette svar elevene får på prøver. Løsningen på tilpasset opplæring blir da ofte å dele elevene i grupper etter mestringsnivå. Forskning viser at elevene med lavt mestringsnivå ikke får utfordringene de trenger for å utnytte sitt potensiale når de blir undervist i slike grupper.

En svensk kommune endret skolekulturen i vid forstand og opplevde store endringer i elevprestasjonene over en treårsperiode. Før endringen startet fikk 25 % av elevene undervisning i små grupper der det var lave forventninger til dem. Endringene innebar blant annet at alle elevene skulle undervises i et inkluderende fellesskap. Ressursene som tidligere hadde blitt brukt til spesialundervisning ble overført til felles undervisning for alle elever. Lærerne legger opp til en fast struktur på timene. De gjør sitt beste for å legge opp undervisningen ut fra det elevene svarer når de blir spurt om hvilken hjelp de trenger for å gjøre fremgang. For enkelte elever blir deltakelse i felles klasse supplert med undervisning en-til-en. Elevene forskerne intervjuet understreket at denne endringen i retning inkluderende fellesskap hadde en positiv effekt på dem og beskrev det som en vinn-vinn situasjon for alle elevene (Persson, E. 2012).

Eksemplet viser at det er mulig å imøtekomme behovet til alle elevene i en inkluderende undervisning. I tillegg til at de faglige resultatene ble bedre, ble det også triveligere både for lærere og elever i en skole der alle elevene deltok i en felles tilpasset opplæring.

4. Ambisiøs undervisning tar utgangspunkt i tydelige undervisningsmål

Læringsmål som er knyttet både til en gjennomtenkt progresjon og store matematiske ideer gir et godt grunnlag når læreren skal foreta viktige valg i planlegging og gjennomføring av undervisning. Lærere og elever bør være bevisst sentrale spørsmål som: Hvilken matematikk arbeider vi med nå? Hvorfor er det viktig? Hvordan henger det sammen med det vi allerede har lært? Hva kan vi bruke denne matematikken til? (NCTM, 2014).

Ingvill er lærer på matematikkurset R1 i videregående skole. Elevene hennes vet hvordan de skal konstruere sirkler, midtnormaler, halveringslinjer og paralleller, men ikke hvorfor konstruksjonene gir det ønskede resultatet, og begrepet geometrisk sted er ukjent for dem. Ingvill setter dette målet for undervisningen: Elevene skal kunne forklare hva som ligger i begrepet geometrisk sted og begrunne hvorfor konstruksjonene de utfører gir det ønskede resultatet.

Som utgangspunkt for arbeidet gir Ingvill elevene denne oppgaven: To trær står på en flat slette. Hunden Hannibal har gravd ned et bein som ligger dobbelt så langt fra det ene treet som fra det andre. Hvor kan beinet ligge?

Vi ser her at det er en nær sammenheng mellom målet for undervisningen og oppgaven elevene får. Problemstillingen i oppgaven er ny for dem, og de må derfor finne en metode som gir alle punktene som tilfredsstillende kravene til beinets plassering. I utforskningen av problemet må elevene ta i bruk det de vet om sirkler. Slik får de løftet fram den store ideen om geometriske steder, og denne kunnskapen har nær sammenheng med geometriske representasjoner av proporsjonale- og omvendt proporsjonale størrelser, parabler, ellipser osv.

5. Lærere må ta hensyn til skolens miljø, rammer og organisering. Samtidig må de reflektere over og stille spørsmål ved hvorfor skolene fungerer som de gjør og hvordan skolene kan forbedre seg som institusjoner i et demokrati.

Lærerens arbeidsoppgaver er definert gjennom læreplanverket og en forpliktende arbeidstidsavtale. Et grunnleggende prinsipp i det norske skoleverket er at alle elever skal ha like muligheter for å lære og bli møtt og respektert som likeverdige individer. Det er hver enkelt lærers plikt å stille spørsmål ved om måten skolens opplæring er organisert og blir gjennomført på møter elevenes behov på en god måte, og eventuelt ta initiativ til endringer.

Endringen det refereres til under det tredje prinsippet kom som en følge av at kommunens resultater etter avsluttet grunnskole ble offentliggjort i 2006. Matematikkprøven viste for eksempel at kun 69 % av elevene fikk godkjent. Resultatene i svensk og engelsk lå også markert under landssnittet, og den lille kommunen ble rangert som nummer 287 av 290. Ledelsen i kommunen innså at noe måtte gjøres og overlot ansvaret til en rektor som skulle initiere endringer uten tildeling av ekstra ressurser. Rektoren allierte seg med en spesialpedagog, og sammen satte de seg inn i relevant forskningslitteratur. Konklusjonen ble at alle ressursene som ble brukt til spesialundervisning i små grupper skulle slås sammen med ressursene til ordinær undervisning i en inkluderende skole. For å lykkes med denne omleggingen måtte hele personalet involveres. Lærerne innså at noe måtte gjøres. Det var opplagt at den utstrakte bruken av spesialundervisning i egne grupper ikke fungerte, og lærere ga uttrykk for at «ingen ønsker å arbeide i Sveriges verste skole». Lærerne leste anbefalt forskningslitteratur sammen og drøftet hva en inkluderende skole skulle bety i deres kontekst. Det endte med at lærerne etterspurte forskningsbaserte begrunnelser for endringer. Da kunne de føle seg trygge på at endringen ville bli varig. I 2011 fikk 95 % av elevene godkjent i matematikk og kommunen var blant de høyes rangerte på eksamensresultater.

(Persson, E. 2012)

Eksemplet viser at det er mulig å få til store endringer til det beste for elevene om man analyserer skolens undervisningspraksis, vurderer den ut fra relevant forskning og gjennomfører endringer i tråd med forskningsbaserte anbefalinger.

Referanser

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., Empson, S.B. (1999). *Children`s Mathematics, Cognitively Guided Instruction*. Heinemann, Portsmouth, NH.

Kazemi, E., Cunard, A., Crowe, K. (2012). *Instructional Activities as Tools for Developing Principles and Practices of Ambitious Mathematics Instruction*. AERA 2012.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.)(2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Washington, National Research Council. DC: National Academy Press.

NCTM (2014). *Principles to Action. Ensuring Mathematical Success for All*. www.nctm.org

Persson, E. (2013). *Raising achievement through inclusion*. International Journal of Inclusive Education, 17:11, 1205-1220, DOI: [10.1080/13603116.2012.745626](https://doi.org/10.1080/13603116.2012.745626)
<http://dx.doi.org/10.1080/13603116.2012.745626>